

椭圆底扁薄球壳结构的双稳态力学行为

张 平¹, 周 丽¹, 邱 涛², 程文杰¹

(1. 南京航空航天大学 机械结构力学及控制国家重点实验室, 南京 210016;

2. 中国航空工业集团公司 沈阳飞机设计研究所 综合强度部, 沈阳 110035)

摘 要: 针对可变形鼓包型面设计方案需求,以铰支边界的椭圆底扁薄球壳模型为对象,通过数值仿真研究了结构双稳态构型的转换机理以及需要满足的参数条件;对稳态构型转换中的跳变类型以及影响因素进行了分析;给出了不同驱动方式下,加载位置和形状参数对稳态构型转换需要的临界驱动力以及结构内应变的影响。结果表明:结构在铰支约束下存在双稳态需满足一定的拱高厚度比;稳态构型在转换过程中存在局部跳变和整体跳变组合方式,可以通过选择加载位置和结构参数进行控制;结构发生跳变时的临界载荷和结构内应变与加载方式和结构参数有关。

关 键 词: 双稳态; 可变形结构; 进发(进气道/发动机)匹配; 扁薄球壳; 跳变类型

中图分类号: V250.3

文献标志码: A

Bi-stable mechanical behavior of shallow thin spherical shell with elliptical bottom

ZHANG Ping¹, ZHOU Li¹, QIU Tao², CHENG Wen-jie¹

(1. State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Department of Synthetic Strength, Shenyang Aircraft Design and Research Institute,
Aviation Industry Corporation of China, Shenyang 110035, China)

Abstract: To meet the design requirements of a morphing bump surface, a research was conducted on the bi-stable mechanical behavior of a hinged shallow thin spherical shell with elliptical bottom surface. The conversion mechanism and required condition of the shell's two stable configurations were analyzed by simulation method. Also the snap-through type, which occurred in the transition process of stable configurations, and its influential factors, were analyzed. Finally the effects of the loading position and shape parameters on the critical driving force and structural strain were given under different driving modes. The results show that the bi-stability condition of the hinged structure requires a certain ratio of shell height to shell thickness; there exist combinations of local and overall snap-through phenomena during the transition process of the structural stable configurations, which could be controlled by the loading position and structural parameters; in case of structure snap, the critical load and structural strain are related to the load methods and structural parameters.

Key words: bi-stable; morphing structure; inlet-engine matching;
shallow thin spherical shell; snap-through type

收稿日期:2012-12-22

基金项目:国家自然科学基金(11172128,61161120323);江苏省“六大人才高峰”资助项目(2010-JZ-004);

江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXZZ12_0139);江苏高校优势学科建设工程

作者简介:张平(1985—),男,安徽合肥人,博士生,主要从事智能材料与结构设计、复合材料结构力学研究。

良好的进发(进气道/发动机)匹配特性是保障飞机推进系统安全和高效率工作的关键因素^[1-2],不可调进气道只能在设计状态下与发动机达到最佳匹配,为了让进气道在非设计点处(如改变飞行速度)也能具有最佳的进发匹配性能,应用了可调进气道.传统的方法主要是通过机械装置调节喉道面积和斜板角度,但是复杂的调节系统增加了飞机质量并且需要持续的能量来维持变形^[3].近年来,一些可以兼顾变形和质量需求的智能材料和结构得到了广泛研究,但是缺乏与工程应用相结合,因此开展基于智能材料和结构的可变形进气道设计具有重大意义^[4].

欧美国家较早地研究了智能材料和结构技术在进气道设计中的应用.20世纪末,美国国防部高级研究计划局启动了“智能材料飞行器和海军项目系统演示验证(SAMPSON)”项目,由兰利研究中心和海军研究办公室执行,开展了智能材料在F-15E飞机进气道上的应用,波音“鬼怪”工程部的Pitt和Dunne等研究了采用形状记忆合金改变唇缘形状,利用柔性蒙皮形成鼓包调节内管道形状,并进行了相应的地面验证试验^[5-7],获得了丰富的技术储备.俄罗斯中央茹科夫斯基空气流体力学研究院研究了在进气道唇口和喉道采用镍钛合金主动变形元件,通过气动力加热控制元件形状.Schultz在博士论文中提出用柔性胶膜连接双稳态层合板围成一种可变截面管道的概念^[8],利用非对称铺层复合材料板的两种稳态构型改变管道截面形状,从而实现流量控制.Daynes等使用非对称复合材料研制了一种S形曲板,将其两端分别固定支承在进气道和机身壁板上,利用结构的双稳态构型可以打开或关闭放气门,既能调节进气道流通面积又可以减小空气阻力^[9].

国内对智能材料与结构技术的应用研究起步较晚,也正在致力于将智能材料与结构和工程应用相结合.哈尔滨工业大学的冷劲松等研究了一种用于进气道结构设计的形状记忆聚合物管道,通过控制材料温度改变唇口形状^[10],需要进一步研究实际飞行条件下的温度控制.Dai、李昊等研究了一种用电热膜驱动的多稳态可变形格子单元,由4片矩形双稳态层合板连接而成,该单元本身具有3种稳态构型,并且多个单元互相连接可以得到更多的稳态构型^[11-12].目前国内外尚未见到利用双稳态结构设计可变形鼓包进气道的研究.

如图1所示,提出一种可变形鼓包型面方案设计,利用椭圆底扁薄球壳结构的双稳态构型实

现喉道面积可调.图中 A_0 为第1稳态构型时的喉道面积; A_1 为第2稳态构型时的喉道面积.该方案设计需要先对椭圆底扁薄球壳结构从发生失稳到再次稳定过程中的力学行为进行研究,而目前对该结构的应用分析主要考虑的是失稳前阶段,所得的结果不能直接用来指导本方案设计.

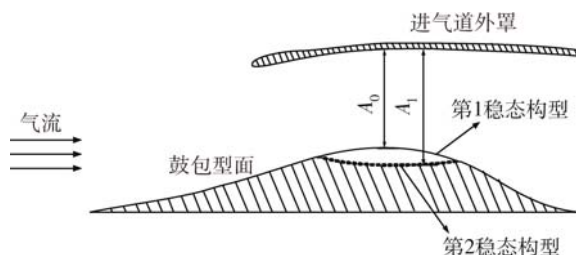


图1 双稳态椭圆底扁薄球壳调节鼓包进气道喉道面积
Fig.1 Adjusting throat area of bump inlet by bi-stable shallow thin spherical shell with elliptical bottom

本文以铰支边界的椭圆底扁薄球壳模型为对象,采用有限元法对结构发生失稳到再次稳定过程中的力学行为进行了详细研究,分析了结构双稳态构型的转换机理和满足的参数条件;研究了结构的两种稳态构型在转换过程中出现的跳变类型及其影响因素;分析了不同加载方式下,加载位置和形状参数变化对稳态构型转换需要的临界驱动载荷和结构内应变的影响规律.

1 椭圆底扁薄球壳结构的双稳态力学特性分析方法

椭圆底扁薄球壳结构的双稳态力学特性分析涉及到大变形下的稳定性问题.目前,对该结构的稳定性分析发展的理论方法主要有能量法、修正迭代法等,但是在应用时存在诸多限制.首先理论方法采用的位移形函数难以模拟出壳体复杂的局部变形;其次在求解稳定性方程时,当壳体参数 h/t (反映方程非线性强弱)较大时,结果不易收敛.因此,当加载和边界条件比较复杂或者壳体参数 h/t 较大时,理论分析方法预测的结果偏差较大,并且很难对稳态构型转换过程中的跳变类型进行描述.

相比理论分析方法,有限元法能够形象地模拟不同加载方式下壳体的型面变形情况,并可以在更大的 h/t 范围内进行求解^[13-14].因此,本文在分析方法上采用有限元法.

建立铰支边界约束的椭圆底扁薄球壳结构模型,如图2所示,形状参数包括底面半轴(a, b),拱

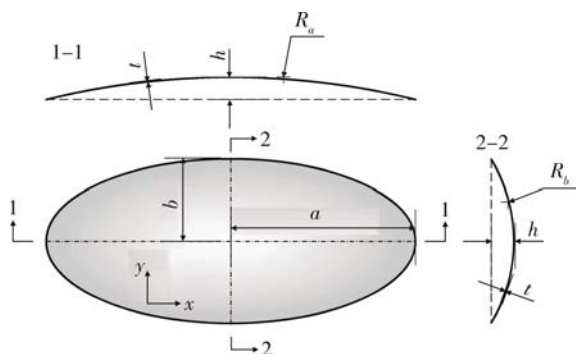


图 2 椭圆底扁薄球壳结构模型示意图

Fig. 2 Sketch of model of shallow thin spherical shell with elliptical bottom

高(h),壳厚(t),平行 x 方向截面的曲率半径(R_a),平行 y 方向截面的曲率半径为 R_b ,参数满足 $t/R_a \ll 1$, $t/R_b \ll 1$, $h/2a < 1/5$, $h/2b < 1/5$. 参照飞机结构,取模型的形状参数为 $a=500$ mm, $b=300$ mm, $t=2$ mm, $h=50$ mm. 模型的单元选取适合中厚度壳的 2 阶壳单元,材料参数暂时选用铝合金的弹性模量和泊松比,并假设变形过程不涉及材料非线性. 通过位移加载、牛顿迭代法求解结构的载荷位移曲线.

在判断加载过程中结构的稳定性时,采用能量稳定性判据,若平衡状态是稳定的,则总位能的 1 阶变分为 0, 2 阶变分大于 0, 载荷位移曲线的斜率为正,反之平衡状态是不稳定的.

为了验证分析方法的有效性,对边界简单支承、中心点集中加载的椭圆底扁薄球壳结构的临界载荷进行了求解,并与文献[15]的理论分析和实验结果进行了对比,如图 3. 纵坐标对临界载荷 F_{cr} 进行了无量纲化, E 为材料的弹性模量, R 为底面半径. 有限元法得到的临界载荷与理论分析以及实验结果基本一致(对于 $h/t=13.6$ 的点,文献中的解释为实验结果偏大).

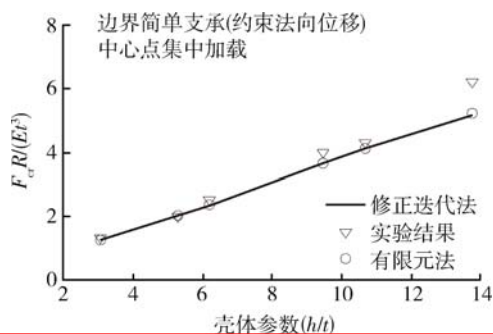


图 3 不同分析方法得到的临界载荷比较

Fig. 3 Comparison of critical loads by different analysis methods

2 双稳态构型的转换机理和需要满足的条件

为了描述椭圆底扁薄球壳双稳态构型的转变过程,建立了结构有限元模型,以中心点集中加载为例,对加载过程中结构的稳定性进行分析. 加载过程共分为两个阶段,如图 4 所示.

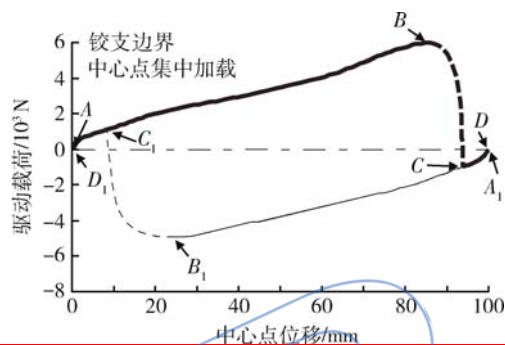


图 4 椭圆底扁薄球壳体双稳态构型的加载过程

Fig. 4 Loading process of bi-stable configurations of the shallow thin spherical shell with elliptical bottom

椭圆底扁薄球壳两种稳态构型的转变如图 5 所示. 图 4 中 ABCD 阶段为正向加载过程,方向向下. A 点对应壳体第 1 稳态构型,如图 5(a). 随着驱动载荷增大,中心点位移增大,驱动载荷在 B 点达到临界值,如图 5(b), AB 过程是稳定的. 在 B 点之后驱动载荷开始下降,由于加载方法是通过限制位移,BCD 过程用虚线表示,可以理解为驱动系统需要降低驱动载荷甚至提供一个向上的力,才能防止加载点迅速向下运动,迫使其按照给

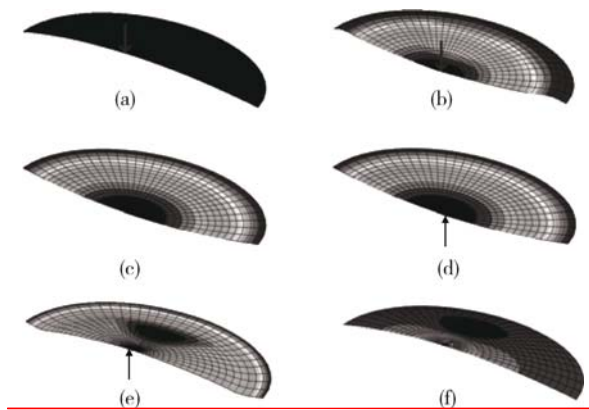


图 5 椭圆底扁薄球壳两种稳态构型的转变

Fig. 5 Transition of bi-stable configurations of shallow thin spherical shell with elliptical bottom

定的位移运动,因此在实际加载过程中,当载荷达到临界值之后,结构会发生一段不稳定的快速跳变过程,最终稳定在D点,如图5(c),与第1稳态构型关于底面基本对称。

为了分析壳体从第2稳态构型向第1稳态构型转变,进行了逆向加载 $A_1 B_1 C_1 D_1$ 过程,加载方向向上。 A_1 点对应壳体第2稳态构型,如图5(d)。当驱动载荷达到临界值 B_1 点后,如图5(e),结构再次经历快速的跳变过程,最终稳定在 D_1 点,构型转变为第1态构型,如图5(f)所示。

椭圆底扁薄球壳结构具有双稳态构型需要满足一定的限制条件。对椭圆底扁薄球壳的理论研究表明,在边界条件确定情况下,结构的稳定性主

要与壳体参数 h/t 有关,当 h/t 超过某临界值,壳体在加载时才会出现不稳定的跳变阶段。本文通过变化模型的形状参数、加载方式和加载位置,对椭圆底扁薄球壳存在双稳态构型需要的条件进行分析,如图6所示。

图6(c)中,加载位置从中心点沿椭圆周线向外移动,椭圆周线的半轴与壳体底面半轴对应成比例,比例系数用 r 表示。图6(d)中加载位置在 $r=0.3$ 的椭圆周线上,采用等角度间隔的多点加载。

由图6知,铰支边界的椭圆底扁薄球壳存在双稳态构型主要与拱高 h 和厚度 t 的比值有关,需要满足 h/t 大于1.5,而与底面半轴长度、加载位置以及加载方式关系不大。

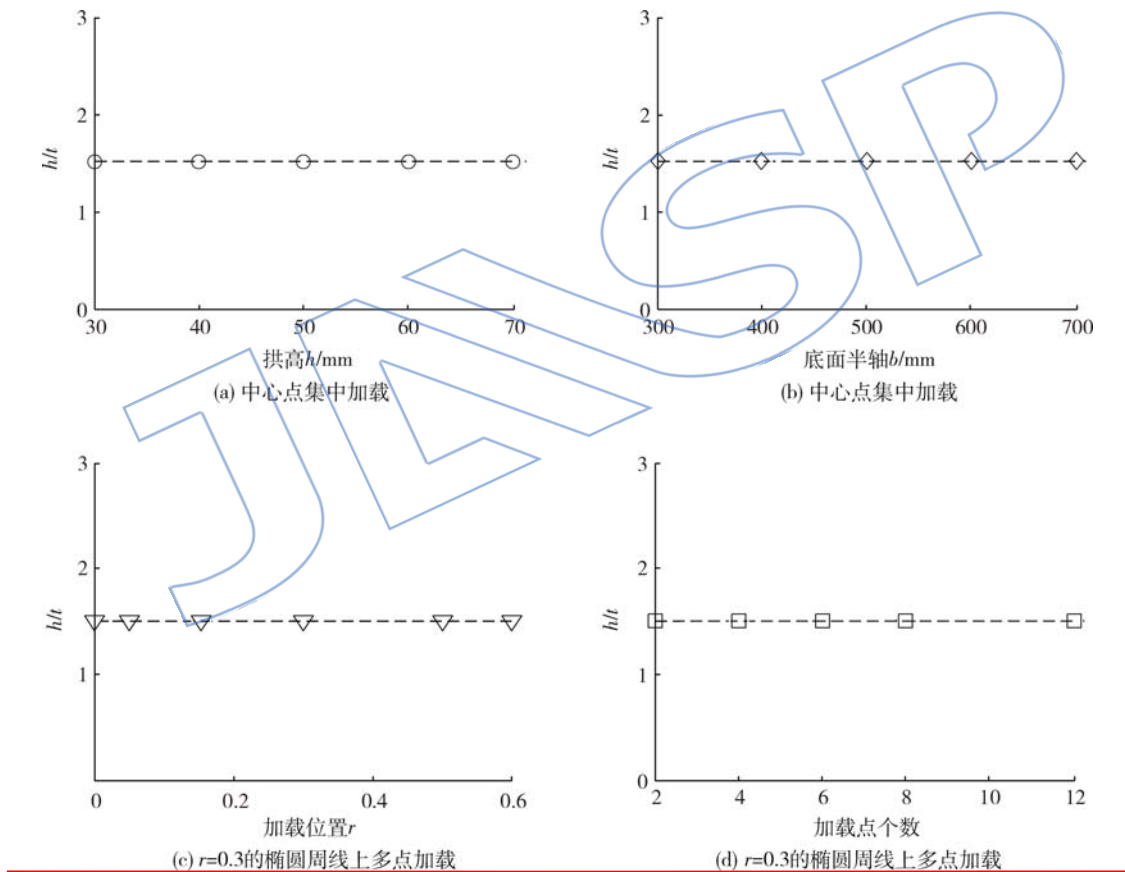


图6 椭圆底扁薄球壳具有双稳态构型的条件

Fig. 6 Condition of bi-stable configurations of shallow thin spherical shell with elliptical bottom

3 结构双稳态构型转换过程中的跳变类型

扁薄球壳的稳态构型在转换过程中壳体会发生跳变。随着驱动载荷的增加,壳体的变形从局部区域向整个壳面扩展,由于加载方式、加载位置以及结构本身刚度不同,在变形过程中壳体可能发

生局部区域跳变,再扩展到整体跳变,也可能没有局部跳变,直接发生整体跳变。跳变类型不同,壳体稳态构型转变时的型面形状、临界驱动载荷以及结构应变会有所不同。

本文针对椭圆底扁薄球壳模型,分别讨论了在中心点集中加载、椭圆周线上线布加载以及间隔 60° 六点加载下,加载位置和形状参数变化对

壳体稳态构型转换中的跳变类型的影响. 加载位置的变化范围从中心点到 $r=0.7$ 的椭圆周线.

在中心点集中加载情况下, 对加载过程(图4中 ABCD 阶段)进行分析, 当载荷达到临界值 B 点后, 变形扩展到整个壳面(图5(b)), 整体结构失去稳定性, 发生跳变, 跳变类型为直接整体跳变, 用符号 I 表示.

在线布加载情况下, 当加载位置在中心点到 $r=0.09$ 的椭圆周线内, 结构在加载过程中的稳定性与中心点集中加载时类似: 到达临界载荷之后, 经过一次整体跳变, 转换到第2稳态构型, 跳变类型仍然为 I 型. 当加载位置在 $r=0.11$ 到 0.7 的椭圆周线内, 壳体在加载过程的稳定性发生变化, 以 $r=0.2$ 和 0.6 的椭圆周线位置为例, 载荷位移曲线如图7所示(由于参数变化过程中加载点的位置是变化的, 因此横坐标用加载点的位移 w_r 比上当地拱高 h_r 进行了无量纲化).

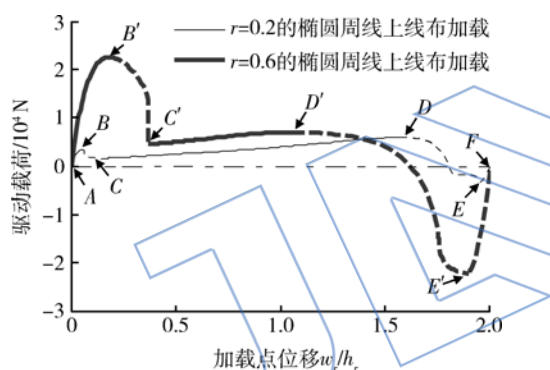


图7 线布加载下的载荷位移曲线

Fig. 7 Load displacement curve under uniform line load

图8为不同加载下, 跳变时壳体结构的型面形状. 在 $r=0.2, 0.6$ 位置线布加载下, 载荷位移曲线都有两个峰值. 结构在 AB 加载阶段是稳定的, 当载荷达到第1个峰值 B 点时, 型面形状如图8(a)和图8(c), 变形主要产生在加载点区域. 在 B 点之后, 结构发生了局部跳变, 跳变后结构在 CD 阶段还能承载, 在载荷作用下局部变形先向内扩展, 使中心点下凹, 再向外扩展到整个壳面. 当载荷达到第2个峰值 D 点时, 型面形状如图8(b)和图8(d), 此时变形已经扩展到整个壳面, 整体结构失去稳定性, 发生了整体跳变, 稳定在 F 点. 因此, 跳变类型为先局部跳变, 再整体跳变, 用符号 II_a 表示.

在间隔 60° 六点加载情况下, 当加载位置在

中心点到 $r=0.09$ 的椭圆周线内, 稳态构型转换中的跳变类型为 I 型. 当加载位置在 $r=0.1$ 到 $r=0.5$ 的椭圆周线内, 壳体在加载过程中的稳定性以及变形扩展过程与相同位置线布加载时类似, 跳变类型为 II_a 型. 当加载位置在 $r=0.55$ 到 $r=0.7$ 的椭圆周线内, 壳体仍然发生先局部跳变, 再整体跳变, 但是壳面的变形扩展过程不同, 以 $r=0.6$ 的椭圆周线位置为例, 加载曲线如图9所示.

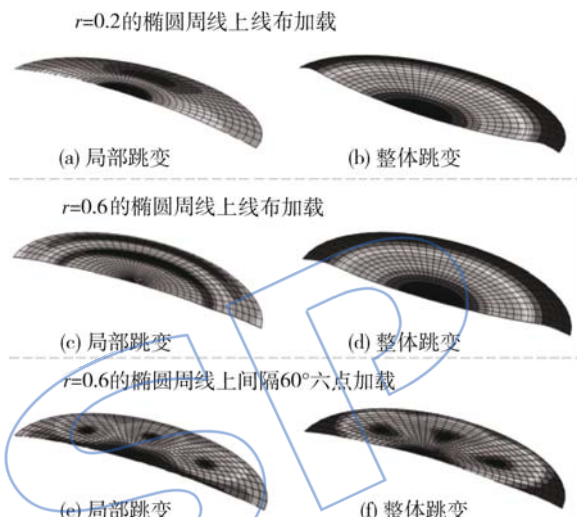


图8 跳变时壳体结构的型面形状

Fig. 8 Shape of shell surface at snap-through moment

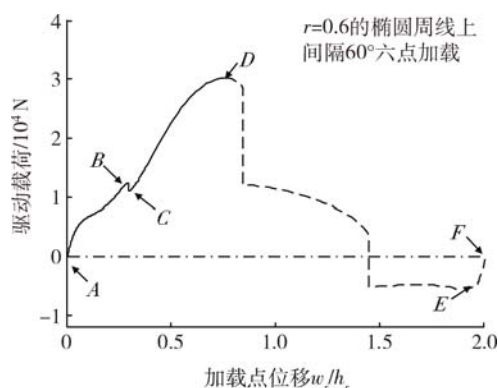


图9 间隔 60° 六点加载下的载荷位移曲线

Fig. 9 Load displacement curve under six-point load of 60° interval

当载荷达到峰值 B 点时, 结构先发生局部跳变, 变形主要产生在加载点区域, 如图8(e). 继续加载时, 壳面的变形扩展过程与线布加载时不同, 比较图8(f)与图8(d), 在间隔 60° 六点加载下, 局部变形从加载点区域同时向内和向外扩展, 壳体中心没有下凹; 当载荷达到峰值 D 点后, 变形已

经扩展到整个壳面,如图8(f),结构发生整体跳变.虚线为跳变过程,在发生跳变的瞬间,结构的应变能释放,使得载荷快速下降;跳变过程中产生了较大的位移滑移,最终结构稳定在F点.跳变类型用符号 Π_b 表示.

在加载方式和加载位置确定的条件下,改变模型的形状参数,分析其变化对稳态构型转换中的跳变类型的影响.以 $r=0.3$ 和 $r=0.6$ 的椭圆周上线布加载为例,图10给出模型在不同参数组合下的跳变类型.

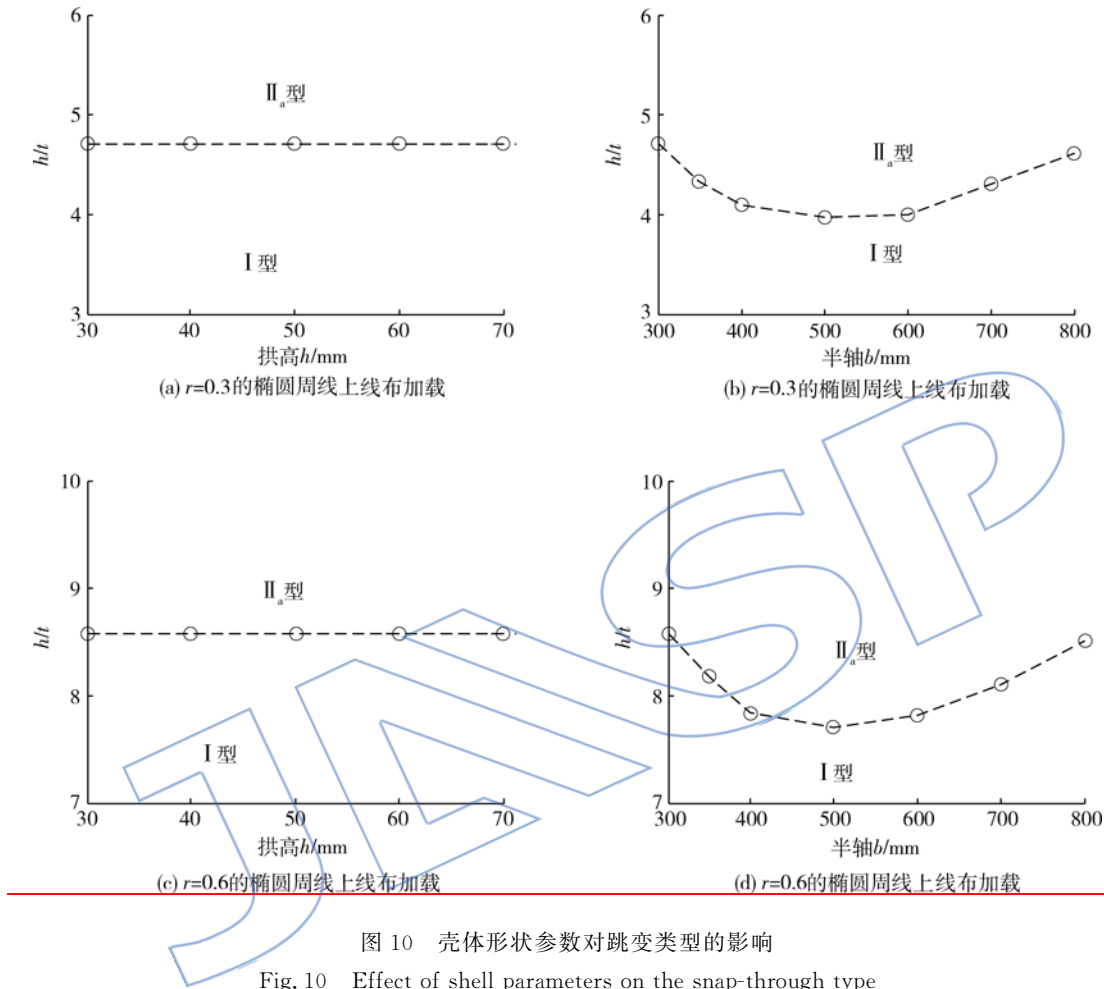


图10 壳体形状参数对跳变类型的影响

Fig. 10 Effect of shell parameters on the snap-through type

当形状参数满足曲线下方的条件时,结构发生直接整体跳变;满足曲线上方的条件时,结构发生先局部跳变再整体跳变.由图10(a)和图10(c)知,当底面半轴和加载位置确定时,壳体稳态构型转换中的跳变类型主要与拱高 h 和厚度 t 的比值有关,存在一个使跳变类型发生改变的 h/t 临界值.此外壳体底面的长短半轴之比和加载位置变化会影响该 h/t 临界值.

4 临界驱动载荷与结构应变

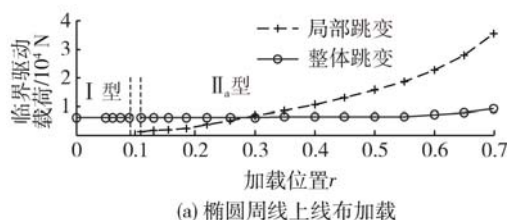
可变形鼓包型面在设计过程中需要对加载方式、临界驱动载荷以及结构的应力应变进行优化.下面将讨论椭圆底扁薄球壳模型在不同驱动方式下,稳态构型转变需要的临界驱动载荷和结构应变随加载位置以及形状参数的变化规律.

4.1 临界驱动载荷

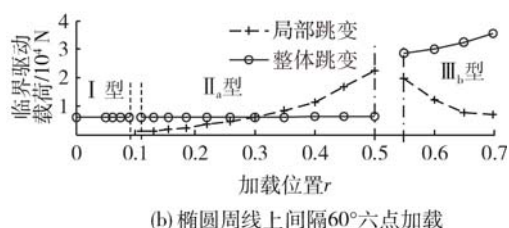
分别对椭圆底扁薄球壳模型在中心点集中加载、线布加载以及间隔 60° 六点加载下的变形进行分析,得到不同加载位置下,壳体结构发生跳变时的临界驱动载荷,如图11所示,其中 $r=0$ 对应中心点集中加载.

在线布加载下,如图11(a),随着加载位置从中心点移动到 $r=0.09$ 的椭圆周线,结构的跳变类型保持为I型,整体跳变临界驱动载荷大小基本不变.当 r 在0.11到0.7范围内时,结构在稳态构型转换过程中先发生局部跳变,再发生整体跳变.随着加载位置向外移动,局部跳变需要的临界驱动载荷显著增大. r 在0.3之前,结构发生局部跳变需要的临界驱动载荷较小; r 在0.3之后,结构需要一个较大的驱动载荷才能发生局部跳

变,跳变过程中应变能释放,当变形扩展到一定范围时,结构发生整体跳变,需要的临界驱动载荷比局部跳变时要低。



(a) 椭圆周上线布加载



(b) 椭圆周线上间隔60°六点加载

图11 加载位置对壳面跳变时临界驱动载荷的影响

Fig. 11 Effect of loading position on critical driven load at the snap-through moment

在间隔 60°六点加载下,如图 11(b),当加载位置 r 在 0.5 之前,结构发生跳变时的临界驱动载荷变化规律与线布加载时一致.当加载位置 r 在 0.55 到 0.7 范围内时,结构的跳变类型为 II_b 型,发生局部跳变后,变形同时向内和向外扩展,当加载位置向壳体边缘靠近,应变能主要被边缘区域吸收,因此整体跳变临界驱动载荷显著增大.图 11 中,当加载位置处于跳变类型过渡区域时,临界驱动载荷无明显规律,本文不作讨论。

改变模型形状参数,分析壳体拱高、底面半轴以及厚度参数变化对临界驱动载荷的影响,以 $r=0.2$ 位置线布加载为例,如图 12~图 14 所示。

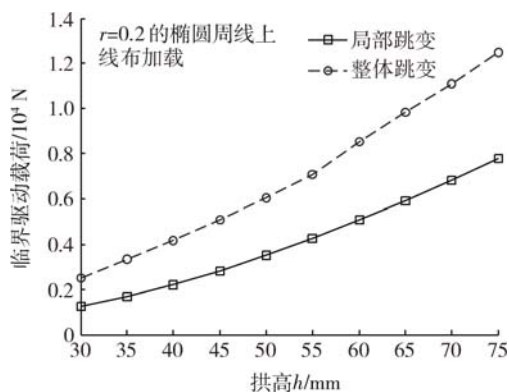


图12 壳体拱高对临界驱动载荷的影响

Fig. 12 Effect of shell height on the critical driven load

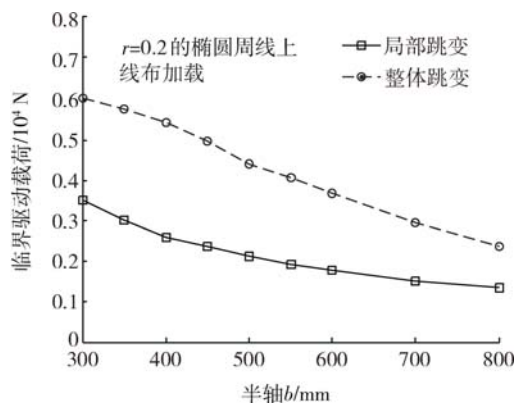


图13 壳体底面半轴对临界驱动载荷的影响

Fig. 13 Effect of shell span length on the critical driven load

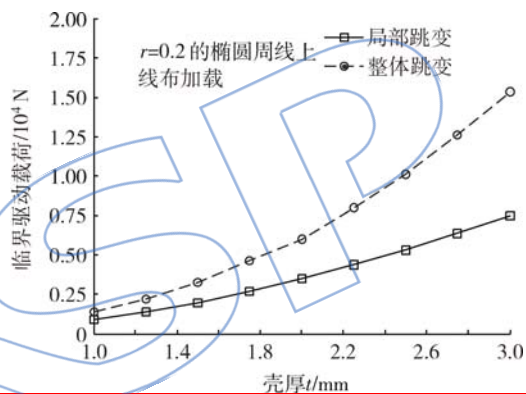


图14 壳厚对临界驱动载荷的影响

Fig. 14 Effect of shell thickness length on the critical driven load

在形状参数变化范围内,壳体发生局部跳变和整体跳变时的临界驱动载荷随着拱高 h 和厚度 t 的增大明显增大,而随着底面半轴 b 的增大逐渐减小。

4.2 结构应变

分析可变形鼓包型面稳态构型转换过程中的应力应变可以为材料设计提供参考.本文选择结构最大主应变为指标,分析了模型在不同驱动方式下最大拉伸和压缩主应变出现的时刻和位置,并研究了形状参数变化对最大主应变的影响。

在中心点集中加载和线布加载下,最大主应变都出现在结构整体跳变时,其中最大压缩主应变位于加载点附近位置,最大拉伸主应变位于壳面边缘的波峰位置,如图 15(a)~图 15(d)所示。

图 16 给出加载位置变化对最大主应变的影响(虚线为了方便看图),其中 $r=0$ 对应中心点集中加载,此时结构最大主应变为压缩应变;而在线布加载下,结构的最大主应变为拉伸应变,并且随

着加载位置向壳面边缘移动,最大拉伸主应变呈增大趋势,最大压缩主应变逐渐减小。

选择不同的加载方式,以椭圆周线上中心点集中加载和 $r=0.2$ 的椭圆周上线布加载为例,分析形状参数变化对结构最大主应变的影响,如图17和图18所示。

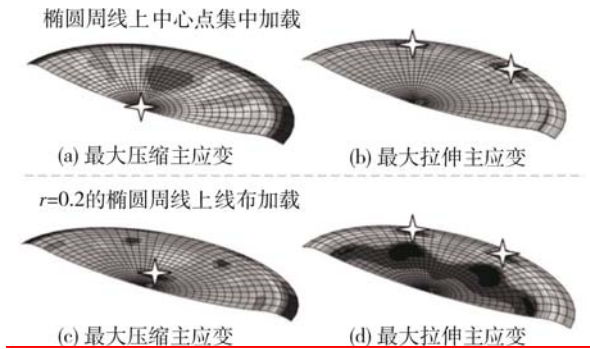


图15 不同驱动方式下壳体的最大主应变
Fig. 15 Maximum principal strain of the shell under different driving mode

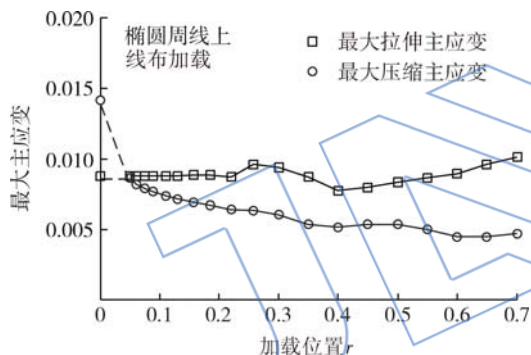


图16 加载位置对壳体最大主应变的影响
Fig. 16 Effect of loading position on the maximum principal strain of the shell

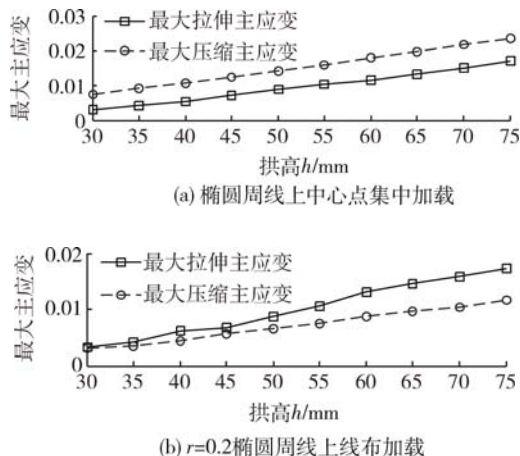


图17 壳体拱高对最大主应变的影响

Fig. 17 Effect of shell height on the maximum principal strain

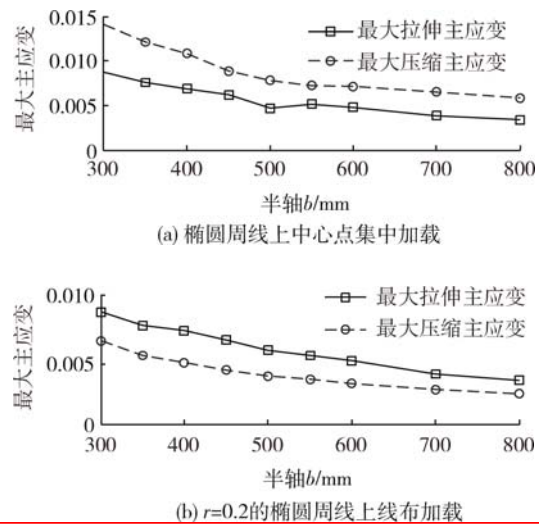


图18 壳体底面半轴对最大主应变的影响

Fig. 18 Effect of shell span length on the maximum principal strain

在参数变化范围内,壳体的最大主应变随着拱高 h 的增大基本呈线性增加趋势,而随着底面半轴 b 的增大逐渐减小。

5 结论

针对新一代战斗机的鼓包进气道,提出利用双稳态扁薄球壳结构设计可变形鼓包型面,探索了结构的变形机理以及加载方式和形状参数对临界驱动载荷和内应力的影响。

1) 铰支边界的椭圆底扁薄球壳在满足一定的拱高厚度比时具有两种稳态构型,可以利用两种稳态构型调整鼓包进气道型面。

2) 双稳态构型在转变中有两种跳变方式:直接整体跳变和先局部跳变再整体跳变,在设计驱动时要考虑两种跳变类型对驱动载荷的影响。

3) 在加载方式和壳体底面形状确定的情况下,壳体的拱高厚度比值影响着跳变的类型。

4) 在设计可变形鼓包型面时要考虑影响驱动能量和结构内应力的因素,给出了不同驱动方式下,加载位置和形状参数对临界驱动载荷以及结构应变的影响。

参考文献:

- [1] 陈大光,张津. 飞机-发动机性能匹配与优化[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1990.
 - [2] 袁化成,滕健,郭荣伟. 内收缩比可控的二元高超声速变几何进气道研究[J]. 航空动力学报,2012,27(11):2468-2474.
- YUAN Huacheng, TENG Jian, GUO Rongwei. Research on variable geometry technology of 2D hypersonic inlet

- with contract ratio under controlling[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(11): 2468-2474. (in Chinese)
- [3] Schultz M R. A Concept for airfoil-like active bistable twisting structures[J]. Journal of Intelligent Material System and Structures, 2008, 19(2): 157-169.
- [4] 崔尔杰, 白鹏, 杨基明. 智能变形飞行器的发展道路[J]. 航空制造技术, 2007(8): 38-41.
CUI Erjie, BAI Peng, YANG Jiming. The development path of morphing aircraft[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2007(8): 38-41. (in Chinese)
- [5] Pitt D M, Dunne J P, White E V, et al. SAMPSON smart inlet SMA powered adaptive lip design and static test[C]// Proceedings of the 42nd AIAA Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Seattle, WA: AIAA, 2001: 1-11.
- [6] Pitt D M, Dunne J P, White E V. Design and test of a SMA powered adaptive aircraft inlet internal wall[C]// 43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Denver, Colorado: AIAA, 2002: 1-8.
- [7] Dunne J, Pitt D, White E, et al. Ground demonstration of the smart inlet[R]. AIAA 2000-1630, 2000.
- [8] Schultz M R. Use of piezoelectric actuators to effect snap-through behavior of unsymmetric composite laminates[D]. Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003.
- [9] Daynes S, Weaver P M, Trevarthen J A. A morphing composite air inlet with multiple stable shapes[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2011, 22(9): 961-973.
- [10] 冷劲松, 刘彦菊, 兰鑫, 等. 形状记忆聚合物管道及其作为飞机发动机进气道的应用: 中国, 10261182. X[P]. 2010-12-22.
- [11] Dai F H, Li H, Du S Y. Design and analysis of a tri-stable structure based on bi-stable laminates[J]. Composites: Part A, 2012, 43(9): 1497-1504.
- [12] 李昊, 戴福洪, 杜善义. 双稳定矩形非对称复合材料层板的跳变研究[J]. 复合材料学报, 2011, 28(4): 196-201.
LI Hao, DAI Fuhong, DU Shanyi. Snap-through of bi-stable rectangular unsymmetric cross-ply composite laminate[J]. Acta Materiae Compositae Sinica, 2011, 28(4): 196-201. (in Chinese)
- [13] Marcinowski J. Stability of relatively deep segments of spherical shells loaded by external pressure[J]. Thin-Walled Structures, 2007, 45(10): 906-910.
- [14] Ford K R, Brake M R, VanGoethem D J, et al. Imperfection analysis of a bistable shell[C]// Proceedings of the ASME 2011 International Mechanical Engineering Congress and Exposition. Denver, Colorado: ASME, 2011: 1-9.
- [15] 顾淑贤. 扁球壳在对称线布载荷作用下的稳定性问题[J]. 固体力学学报, 1988, 9(1): 39-48.
GU Shuxian. Nonlinear stability of shallow spherical shells with a symmetrically distributed line moment[J]. Acta Mechanica Sinica, 1988, 9(1): 39-48. (in Chinese)